

Tas

Ex. 1 – Structures

Dessiner les tas-max binaires contenant les entiers de 1 à 5.

Ex. 2 – Éléments particuliers

On considère un tas binaire max représenté par un tableau ('a array).

1. Proposer une fonction second de signature 'a array -> 'a retournant le second plus grand élément du tas.
2. Même chose pour une fonction troisieme de signature 'a array -> 'a retournant le troisième plus grand élément du tas.
3. Proposer une fonction retournant le plus petit élément d'un tas-max représenté par un 'a array. Quelle est sa complexité?

Ex. 3 – Conversion

On définit le type suivant :

```
type 'a tas_arbre = Nil | N of 'a tas_arbre * 'a * 'a tas_arbre;;
```

1. Proposer une fonction vers_arbre de type 'a array -> 'a tas_arbre prenant en argument un tableau représentant un tas et retournant un arbre représentant ce même tas.
2. Faire de même avec une fonction vers_tableau de type 'a tas_arbre -> 'a array effectuant la transformation inverse, en supposant que l'arbre passé en argument correspond aux hypothèses formulées en cours.

Ex. 4 – Tas binomiaux

Un arbre binomial d'ordre p est :

- une feuille si $p = 0$;
- un arbre dont la racine a p fils, qui sont des arbres binomiaux d'ordre $p - 1, p - 2, \dots, 0$.

1. Dessiner le squelette d'un arbre binomial d'ordre 4.
2. Quelle est la hauteur d'un arbre binomial d'ordre p ? Sa taille?
3. Combien un arbre binomial d'ordre p a-t-il de nœuds à la profondeur k ?

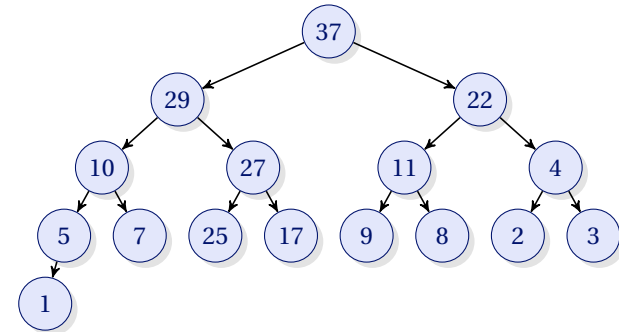
Un tas-min binomial est un arbre binomial dans lequel chaque nœud, à l'exception de la racine, est supérieur ou égal à son père.

Dans la suite, on cherchera un moyen de transformer un tas-max binaire de taille 2^p en un tas-max binomial d'ordre p sans effectuer de comparaisons.

Un tas-max binaire de taille 2^p ($p > 0$) est constitué d'une racine, d'un fils gauche et d'un fils droit, tous deux eux-mêmes des tas-max binaires.

4. Quelle est la taille de chacun des deux fils? Proposer une méthode permettant d'obtenir, sans comparaison, un tas-max binaire de taille 2^{p-1} à partir de la racine et du fils droit.
5. On transforme récursivement le fils gauche et le tas-max binaire construit à la question précédente en deux tas-max binomiaux de taille 2^{p-1} . Comment les combiner en un tas-max binomial de taille 2^p ?

6. Transformer le tas-max binaire ci-dessous en tas-max binomial :



7. Combien d'échanges et combien de « greffes » d'arbres binomiaux nécessaires pour transformer un tas-max binaire de taille 2^p en tas-max binomial.